

18.4. 2005

1.

$$\frac{2a^3 - 18a}{10a^3} : \frac{a-3}{5a^2} = \frac{2a(a^2-9)}{10a^3} \cdot \frac{5a^2}{a-3} = \frac{10a^3(a-3)(a+3)}{10a^3(a-3)} = a+3$$

$$a \neq 0; a \neq 3$$

Pozn. Ten třetí krok, kdy jsem všechno vynásobila, není nutný (editor rovnic neumí škrtat, tak aby to bylo líp vidět). Můžete krátit hned v druhém kroku $2a$ a $10a^3$ v prvním zlomku.

Časté chyby (na co si dát pozor)

- pozor na **podmínky** – nezapomenout; nepsat bezhlavě cokoliv, ale jet prstem po jmenovatelích
- nejdřív všechno upravit na **součin** (nekrátit v součtu) – první krok
- nedělat více kroků najednou, radši výraz rozepsat
- když zbude čas, je dobré udělat **zkoušku**

$$a = -1$$

$$V_1 = \frac{2(-1)^3 - 18(-1)}{10(-1)^3} : \frac{(-1)-3}{5(-1)^2} = \frac{-2+18}{-10} : \frac{-4}{5} = -1,6 : -0,8 = 2$$

$$V_2 = (-1) + 3 = 2$$

$$V_1 = V_2$$

(-1) za a jsem zvolila proto, že je tam hodně mocnin, takže je dobré vzít záporné číslo, ještě lepší by bylo $a = -2$. Na kalkulačce to máte za chvíli a budete mít klid.

- neznalost vzorců
- nepsání závorek (př. $10a^3 \cdot a - 3$)
- klasika – škaredé psaní, takže ve finále je z „9“ „a“

2.

$$4 - \frac{7-3x}{5} = 3 - \frac{3-7x}{10} - \frac{x-1}{2} \quad / \cdot 10$$

$$ZK : L\left(\frac{3}{2}\right) = 4 - \frac{7-3 \cdot \frac{3}{2}}{5} = 3 \frac{1}{2}$$

$$40 - 2(7-3x) = 30 - (3-7x) - 5(x-1)$$

$$P\left(\frac{3}{2}\right) = 3 - \frac{3-7 \cdot \frac{3}{2}}{10} - \frac{\frac{3}{2}-1}{2} = 3 \frac{1}{2}$$

$$40 - 14 + 6x = 30 - 3 + 7x - 5x + 5$$

$$L = P$$

$$26 + 6x = 32 + 2x$$

$$4x = 6$$

$$x = \frac{3}{2}$$

U zkoušky se musíte perfektně naučit pracovat s kalkulačkou, ušetříte si tím spoustu času, většina vědeckých kalkulaček (i těch z trhu) mají zlomky.

Nejčastější chyby:

- odstraňování zlomku, před kterým je „-“, abyste se tomu vyhli, fakt napište druhý řádek se závorkami
- nevynásobení celého čísla (v našem případě zapomenutí vynásobit 4 a 3 desítkou)
- nesečtení pravých a levých stran a tím zbytečné „přehazování“ a chyby, nejdřív všechno sečtete a teprve pak převádějte na opačnou stranu (3 a 4 řádek)
- špatně vydělený předposlední řádek, zvlášť tehdy, když vám nevychází celé číslo (např. $6x = 2$, ta $x = 3$ to je chyba)
- zkouška je součástí příkladu jen tehdy, když je to přímo v zadání, jinak není povinná, ale pro klid duše doporučuji
- je dobré mít na paměti, že např. $\frac{x-1}{2} = \frac{1}{2}(x-1)$

3.

Svetr, jehož původní cena byla 900 Kč byl dvakrát zlevněn. Nejprve o 15%, později o 10% z nové ceny. Určete cenu svetru po dvojitým zlevnění.

900 Kč		
15%	nová cena I.	
85%	10%	nová cena II.
	90%	

Původní cena ...900 Kč
 Nová cena I.....x Kč
 Nová cena II.y Kč

Přes 1%	Trojčlenka	Vzorec
a) 100%.....900 Kč 1%.....9 Kč 85%.....85.9 = 765 Kč Nová cena I. je 765 Kč	$\frac{100}{85} = \frac{900}{x}$ $x = \frac{900}{100} \cdot 85$ $x = 765 \text{ Kč}$	$z=900, p= 0,85, \check{c}=?$ $\check{c}=p.z$ $\check{c}=0,85.900$ $\check{c} = 765$
b) 100%.....765 Kč 1%.....7,65 Kč 90%.....90.7,65 = 688.50 Kč Nová cena II. je 688,5 Kč	$\frac{100}{90} = \frac{765}{x}$ $x = \frac{765}{100} \cdot 90$ $x = 688,50 \text{ Kč}$	$z=765, p= 0,90, \check{c}=?$ $\check{c}=p.z$ $\check{c}=0,90.765$ $\check{c} = 688,50$

Odpověď: Po dvojitým zlevnění byla cena svetru 688,50 Kč.

Pozn. Ještě by tam mohlo být, jaká byla skutečná sleva: $\frac{688,50}{900} = 0,765$; $100 - 76,5 = 23,5\%$.

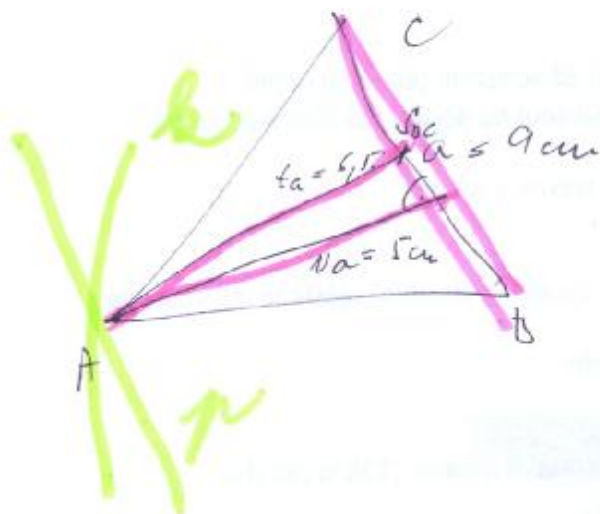
Připomínám, že nemůžete vzít obě slevy a sečíst (25%), protože pokaždé je jiný základ, ve skutečnost při dvojitým zlevnění vás obchodníci oblbujou.

Časté chyby (u slovních úloh):

- příliš rychlé čtení textu
- chybějící náčrtek (když si to nakreslíte, líp uvidíte, co se po vás chce)
- vyjadřování procent, např. zvětšení o 20% lze vyjádřit jako $1,2x$ ($100\%x + 20\%x$)
- nepřemýšlení o věrohodnosti výsledku (vždycky se podívejte na zadání a uvědomte si, jestli vám nevyšla nějaká pitomost, třeba kdyby vyšlo 68 Kč, nebo 6888 Kč, tak by vás to mělo zarazit).
- neprovádění zkoušky řešení (omezení se na zkoušku rovnice)
- chybějící odpověď.

4. Sestrojte trojúhelník ABC, když $a = 9\text{cm}$, $v_a = 5\text{cm}$, $t_a = 6,5\text{ cm}$.
 viz sken

4. $\triangle ABC$; $a = 9\text{cm}$; $N_a = 5\text{cm}$; $t_a = 6,5\text{cm}$



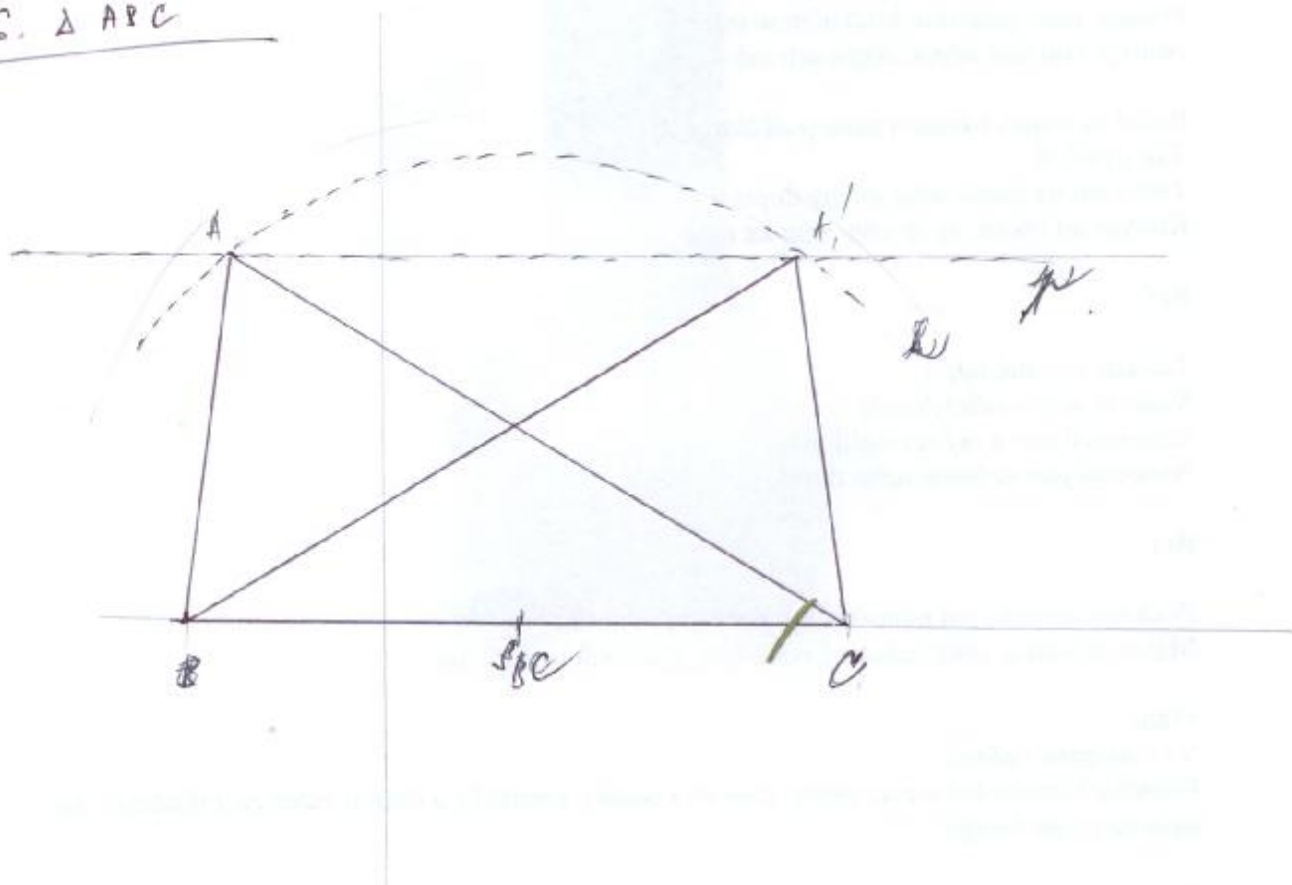
1.) Rozbor

Hledáme A:

- ležet ve vzdálenosti 5cm od CB (výška) \rightarrow ležet ve rovnoběžce p ; $p \parallel CB$ ve vzdálenosti 5cm
- ležet ve kružnici k_a , také na kružnici $k(S_{BC}; r = 6,5)$

2.) POSTUP:

1. BC ; $|BC| = 9\text{cm}$
2. p ; $p \parallel BC$; $v(p, BC) = 5\text{cm}$
3. S_{BC} ; $S_{BC} \in$ střed BC
4. k ; $k(S_{BC}; r = 6,5\text{cm})$
5. A ; $\{A\} = k \cap p$
6. $\triangle ABC$



Úloha má ve zvolené polorovině dvě řešení.

Pozn. Hlavně nerýsujte propiskou, já to tak mám kvůli tomu, aby byly vidět čáry při skenování. Pomocné čáry (p , k , kolmice pro sestavení p) tenče, výsledek tlustě. Mít ostrouhané tužky a kroužítka!

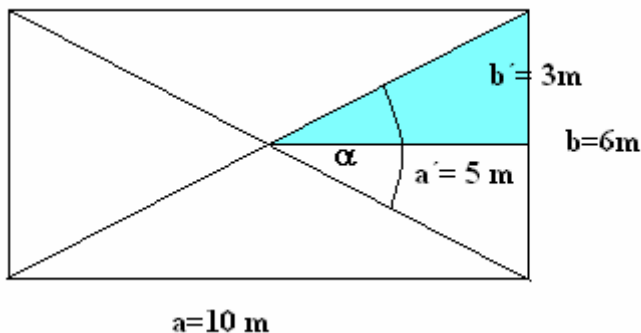
Chyby

- neschopnost použít znalosti o množinách bodů dané vlastnosti (tzn. že si neuvědomíte, že máte použít rovnoběžky, kružnice, thaletovku a td.)
- nepozornost při čtení a lajdáctví při označování (častá záměna třeba stran místo a ozn. c , místo v ozn. t atd.)
- pletení si pojmů (tečna x výška x těžnice)
- neprovádění důkladného rozboru (naučené postupy, ale to se většinou provalí)
- opačný postup (sestrojení, pak zápis a ve finále hledáte rozbor)
- neuvažování o jiných možnostech řešení
- řešení „zkusmo“
- nedostatky při rýsování (tečna bez pravého úhlu)
- nezapsání počtu řešení (nebo diskuse)

Počet řešení: platí, že když vám vyjdou dva různé body, tak jsou dvě řešení (podle Bělouna a sbírek, jsem se učila, že když jsou útvary shodné, je to řešení jedno). Každopádně tam pište „ve zvolené polovině“.

5.

Obdélník má strany 6m a 10m. Vypočítejte velikost úhlu, který spolu svírají úhlopříčky a výsledek uveďte ve stupních a minutách.



když máme počítat úhel, nebo je zadáný, tak hledáme pravoúhlý trojúhelník, abychom použili buď pyht. větu nebo vztahy pro sin a tg.

$$\operatorname{tg} a' = \frac{b'}{a'}$$

$$\operatorname{tg} a' = \frac{3}{5} = 0,6 \quad \text{do kalkulačky dáváme } \operatorname{tg}^{-1}$$

$$a a' = 30,96^\circ = 30^\circ 57'$$

je to jen půlka toho původního úhlu

$$a = 2a'$$

$$\underline{a = 61^\circ 55'}$$

Velikost úhlu, který svírají úhlopříčky je $61^\circ 55'$.

Pozn. Při určování úhlu, který svírají dvě přímky (úhlopříčky, stěny) bereme vždycky ostrý úhel (do 90, ten menší).

Chyby:

- malý, nepřesný obrázek
- nedostatečné značení (je třeba vyznačit v obr. i to a' , b')
- mechanické dosazování (typicky je to u pythagorovy věty, kdy za c je dosazována hodnota strany i když to není přepona)
- nedostatečná práce s tabulkami (je třeba je projít a umět všechno najít hned)
- kalkulačka – naučit se s ní pracovat (převody stupňů)

6.

Grafem přímé úměrnosti je úsečka AB, jejíž koncové body mají souřadnice A [8,3], B [12,y]. Určete souřadnici bodu y a graf této přímé úměrnosti sestrojte.

přímá úměrnost: $y = ax + b$

dosazení:

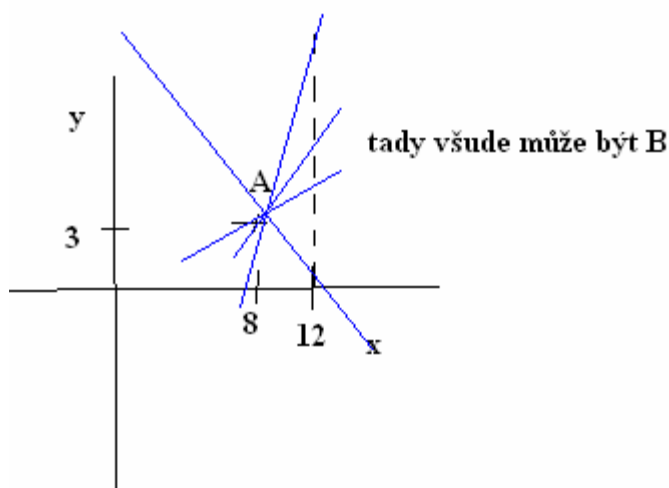
$$A: 3 = 8a + b \quad / \cdot (-1) \rightarrow b = 3 - 8a$$

$$B: y = 12a + b \quad b = 3 - 2y + 6$$

$$y - 3 = 4a \quad b = 8 - 2y$$

$$a = \frac{y-3}{4} \quad fce: y = \frac{1}{4}(y-3) + 8 - 2y$$

to je divný příklad, v podstatě je nekonečně mnoho řešení.



7.

Součet čtyř po sobě jdoucích celých čísel, z nichž každé následující je o 10 větší než předchozí, je 8. Vypočtete tato čísla.

první číslo....x

druhé.....x+10

třetí.....(x+10)+10 = x+20

čtvrté..... (x+20) +10 = x + 30

Součet.....8

$$x + (x+10) + (x+20) + (x+30) = 8$$

$$4x + 60 = 8$$

$$4x = -52$$

$$x = -13$$

hledaná čísla: -13, -3, 7, 17

Kontrola: $-13 - 3 + 7 + 17 = 8$

Chyby:

- neschopnost sestavit rovnici
- špatně vyjádřená další neznámá pomocí předchozí
- zapomenutí přičtení první neznámé
- neověření výsledku
- nedostatečné čtení textu, rychlé čtení
- chybějící matematická představa (netušíte co se po vás chce, tak to zkoušíte)

8.

Plechová podložka pod šroubek má tvar soustředného mezikruží, jehož větší poloměr je 5 mm. Otvor v podložce má stejný obsah jako podložka. Vypočítejte poloměr otvoru a obsah podložky.

poloměr velkého kruhu... $r = 5$ mm

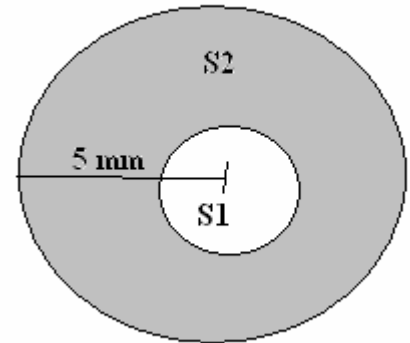
poloměr otvoru ... x mm

obsah podložky ... S_2

obsah otvoru..... S_1

Obsah celého kruhu bez otvoru S

Platí $S_1 = S_2$



Obsah kruhu: $S = \pi r^2$

$$S_1 = \pi x^2$$

$$S_2 = S - S_1 = \pi \cdot 5^2 - \pi x^2 = \pi(25 - x^2)$$

$$S_1 = S_2$$

$$\pi x^2 = \pi(r^2 - x^2) \quad /: \pi$$

$$x^2 = r^2 - x^2$$

$$2x^2 = r^2 \quad /: 2$$

$$S_2 = \pi(25 - x^2)$$

$$x^2 = \frac{1}{2} r^2 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$S_2 = \pi(25 - 12,5)$$

$$x = \sqrt{0,5 \cdot r}$$

$$\underline{\underline{S_2 = 39,27 \text{ mm}^2}}$$

$$x = 0,707 \cdot 5$$

$$\underline{\underline{x = 3,53}}$$

Kontrola: $S_1 = \pi \cdot 3,53^2 = 39,15 \text{ mm}^2$; $S = \pi \cdot 5^2 = 78,54 \text{ mm}^2$; $S_2 = S - S_1 = 78,54 - 39,15 = 39,39 \text{ mm}^2$.

Nepřesnost je dána zaokrouhlováním.

Pozn. Všimněte si, že když jsem odmocňovala, tak jsem neuvažovala dva výsledky (+ a -), protože délka nemůže být záporná. Kdyby to byla rovnice, tak výsledky jsou dva: $x = 3,53$ a $x = -3,53$.

Odpověď: Obsah podložky je $39,39 \text{ mm}^2$ a poloměr otvoru je $3,53$ mm.

10.

Do bazénu přitéká voda dvojitým potrubím. Jedním by se bazén naplnil za 3 hodiny, druhým za 4 hodiny. Třetím potrubím, kterým voda současně odtéká, by se vyprázdnil za 6 hodin. Za kolik hodin se takto naplnil celý bazén?

1. přítok...3h/bazén.....za 1h.....1/3 bazénu.....za x h.....x/3 bazénu

2. přítok... 4h/bazén.....za 1 h.....1/4 bazénu.....za x h.....x/4 bazénu

3. odtok.....6h/bazén.....za 1h.....1/6 bazénu.....za x h.....x/6 bazénu

za x h1 celý bazén

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} - \frac{x}{6} = 1 \quad / \cdot 12$$

$$4x + 3x - 2x = 12$$

$$5x = 12$$

$$x = 2,4 \text{ h} = 2 \text{ h } 24 \text{ min}$$

Bazén se tímto způsobem naplní za 2 hodiny a 24 minut.

Uvědomte si, že ten poslední odtok musíte odečíst, ta voda vytéká, takže „-“,