Přehled slovních úloh

Typy:

	co je třeba na začátku	*řešení*	*Př.*	*v životě*
A) Obyčejná	umět označit neznámou vědět, že „o kolik“ znamená přičtení, odečtení „kolikrát“ násobení, dělení mnohdy se objevují %	dobře zvolit neznámou vědět, že 35% z něčeho je 0,35x	Sourozenci Jirka a Alena si společně koupili magnetofon za 3286,- Kč. Jirka zaplatil o 12 % peněz více, než Alena. Kolik korun zaplatil Jirka a kolik Alena.	slevy, délky tras, peníze, bystření mozku
B) Úlohy o pohybu	znát vzorec: s = v.t umět převádět jednotky délky, času a rychlosti (km na m; h na s;) vždy používat stejné jednotky (minuty převádět na hodiny)	*2 typy* 1. Stejný směr – tam mají většinou stejnou dráhu, jeden má náskok 2. Proti sobě – tam je většinou stejný čas	Simona vyjela na cyklistický výlet rychlostí 16km/h. Za 45 minut za ní vyjel Pavel a dojel ji za půl hodiny. Vypočítejte, jakou průměrnou rychlostí musel jet Pavel.	odhad času jízdy, odhad délky trasy (i když na to máme tachometry)
C) Společná práce	umět vyjádřit část jako zlomek umět řešit rovnice se zlomky	vyjádříme část celku - tabulka	Jeden malíř by školu vymalovat za 16 dní, druhý za 12 a třetí za 10 dní. Bude škola vymalována za 4 dny, když budou pracovat všichni současně?	bystření mozku, spíše získat odhad, nadhled. Takový typ úloh většinou v životě neřešíme (teda pokud nemáme bazén na zahradě a 3 přítoky)
D) Úlohy o směsích	umět vyjádřit cenu nějakého množství, když známe jednotkovou cenu	*3 typy* 1. levnější a dražší zboží (káva) 2. koncentráty (líh) 3. směsi různé teploty	Smísí-li se 6 kg dražšího a 4 kg levnějšího zboží, stojí 1 kg směsi 144,- Kč. Kolik stojí 1 kg dražšího a 1 kg levnějšího zboží, liší-li se ceny za 1 kg o 40,- Kč?	velmi pravděpodobně použijete – v Dadákovi, v Deze, v barvách – lacích.

K typu A) a D) se budeme vracet při řešení soustavy rovnic. Většinou je to pak jednodušší na řešení. Pro zajímavost to u některého příkladu ukážu.

Připomínám, že před odpovědí ještě provádíme zkoušku. Učebnice uvádí zkoušku rovnice (klasicky L=P), ale jednodušší a rychlejší je dosadit do zadání a ověřit, že všechno „sedí“.

Typ A) Obyčejné.
Neznámé číslo (velmi často u různých testů – Scio a tak)

1. ***Součet tří za sebou jdoucích celách čísel je 27. Která jsou to čísla?***

Zápis
(pro přehlednost používám barvy, abyste viděli, kde se co vzalo)
Neznámé číslo.......x
Následující ....x + 1
Poslední ze tří........x + 2
Celkem 27

Sestavení rovnice + řešení rovnice
$x + x+1 + x + 2 = 27$
$3x + 3 = 27$ /-3
$3x = 24$ /:3
$x = 8$

Zkouška
(spíš ověření správnosti výpočtů):
$x = 8$, $x +1 = 8 +1 = 9$, $x + 2 = 8 + 2 = 10$; $8 + 9 + 10 = 27$ hurá

Odpověď
Po sobě následující čísla jsou 8, 9, 10.

2. ***Součet tří po sobě následujících celých čísel se rovná trojnásobku prostředního čísla. Určete tato čísla.***

Zápis:
první................x - 1
prostřední..........x
poslední............x + 1
celkem.............3x (trojnásobek prostředního)

Sestavení rovnice + řešení
$x – 1 + x + x + 1 = 3x$
$3x = 3x$ /-3x
$0x = 0$

Kontrola:
zvolme např. x = 5, pak řada je 4, 5, 6; součet 4 + 5 + 6 = 15; prostřední číslo je 5 a trojnásobek je 15.
Zvolme záporné číslo, např. x = -1; pak řada je -2, -1, 0; součet -2 + (-1) + 0 = -3 a násobek 3.(-1) = -3 takže to sedí.

Odpověď
Pro každé celé číslo platí, že součet předchozího, daného a následujícího čísla je trojnásobek tohoto čísla.

Pozn.
Po sobě jdoucí čísla: k *x* přičítáme 1
Přirozená čísla – jsou od 1
Celá čísla – záporná, 0, kladná
sudá čísla – jdou po 2 (x; x+2; x+4). Vyjádření sudého čísla (je násobek 2), takže 2*x*.
Lichá – zase skáčou „ob jedno“
Většina takových úloh lze řešit úvahou, zkusmo.

Další příklady:
1.1 Součet čtyř po sobě následujících přirozených čísel je 50. Určete tato čísla. [11,12,13,14]
1.2 Součet pěti po sobě jdoucích sudých čísel je 40. Která to jsou čísla? [4,6,8,10,12]
1.3 Dvojnásobek neznámého čísla zmenšený o sedm se rovná 21. Určete neznámé číslo.[14]
1.4 Zvětšíme-li neznámé číslo pětkrát a ještě o pět, dostaneme číslo 50. [9]
Tento typ příkladů po vás nechci, ale můžete se s nimi setkat u přijímaček na gympl.

Věk osob

3. ***Maminka je třikrát starší než dcera. Za 12 let bude maminka pouze dvakrát starší. V kolika letech se dcerka mamince narodila?***

Zápis
věk dcery dnes.....................x let..12 let
věk matky dnes...................3x let (je 3x starší).......................................3*12=36 let
věk dcery za 12 let...............x + 12 let...12 + 12 = 24 let..
věk matky za 12 let..............3x + 12 let (tady vycházíme z věku „dnes“ a připočtem 12 let ...36+12=48 sedí to
věk matky za 12 let..............2 (x+12) let (to není překlep – to je ze zadání – dvakrát starší)...2*24=48

Sestavení rovnice (matka musí mít stejný věk za 12 let)
$3x + 12 = 2(x + 12)$
$3x + 12 = 2x + 24 \quad /-2x$
$x + 12 = 24 \quad /-12$
$x = 12$

Kontrola
Dcera dnes 12 let, matka třikrát víc, takže 36. Za 12 let bude mít dcera 24 a matka 36 + 12 = 48. A je to skutečně dvakrát víc, 24 *2 = 48. Takže to máme dobře.
U té kontroly není od věci to psát vedle zadání (tak to dělávám na tabuli, tady je to červenou)

Teď je třeba si uvědomit, co jsme to vlastně dostali, takže se musíme vrátit zpátky k zadání.
Kolik měla matka, když se dcera narodila? No o 12 let míň než teď, takže 36 – 12 = 24 let.

Odpověď:
V době narození dcery měla matka 24 let.

4. ***Za 6 roků bude Jan dvakrát starší, než byl před šesti lety. Kolik je mu let?***

Zápis
Jan dnes.....................x let..18 let
Jan před 6 lety...........x – 6 12
Jan za 6 let...............x + 6 let (tady vycházíme z věku „dnes“ a připočtem 6 let ...18+6=24 sedí to
Jan za 6 let...............2 (x-6) let (dvakrát starší než před 6 roky)..........................2*12=24

Sestavení rovnice (za 6 let bude mít stejný věk ať ho vyjádříme jak chceme)
$x + 6 = 2(x - 6)$
$x + 6 = 2x - 12 \quad /-2x$
$-x + 6 = -12 \quad /-6$
$-x = -18 \quad /.(-1)$
$x = 18$

Odpověď:
Janovi je dnes 18 let.

Další příklady
1.5 Otci je 32 let, synovi 6. Před kolika lety byl otec čtrnáctkrát starší než syn? [4]
1.6 Když se Petra ptali, kolik je mu let, odpověděl: za deset roků budu dvakrát tak starý, jak jsem byl před čtyřmi roky. Kolik má let? [18]

Rozdělení celku na nestejné části

5. ***Sourozenci Jirka a Alena si společně koupili magnetofon za 3286,- Kč. Jirka zaplatil o 12 % peněz více, než Alena. Kolik korun zaplatil Jirka a kolik Alena.***

Zápis

Alena..............x Kč..1550 Kč
Jirka................x + 0,12x (to je vyjádření procent – ukazovali jsme si loni).......1550+186 = 1736
Celkem...........3286 Kč...1550 + 1736 = 3286 Kč hurá

Sestavení rovnice

$x + x + 0{,}12x = 3286$

$2{,}12x = 3286 \qquad /:2{,}12$

$x = 1550$

Kontrola v zápise

Odpověď

Jirka zaplatil 1736,- Kč a Alena 1550,- Kč.

Pozn. Procenta

100%.................x

1%.....................$\frac{x}{100}$

12%................$12\frac{x}{100} = \frac{12}{100}x = 0{,}12x$, když o 12% víc, tak k původnímu x připočteme 0,12x

u zkoušky

100%.................1550

1%.....................1550:100=15,5

12%................12. 15,5 = 186, Jirka zaplatil o 186 víc než Alena, takže 1550 + 186 = 1736

6. ***Částku 880 ,- Kč rozdělte mezi dvě osoby tak, aby druhá osoba dostala třikrát více než první.***

Zápis

první osoba...........x Kč............................220
druhá osoba.........3x Kč...........................660
celkem.............880 Kč...........................880 þ

Rovnice

$x + 3x = 880$

$4x = 880$

$x = 220$

Odpověď

První osoba dostane 220 ,- Kč a druhá 660,- Kč.

Pozn.
Tady ten příklad by šel řešit i úvahou nebo zlomkem. První jeden díl, druhý tři díly, celkem 4 díly. 880 Kč na 4 díly – tj. 220 jeden díl.

1.7 Elektrický kabel dlouhý 28 metrů rozdělte na dvě části tak, aby jedna byla 2,5-krát delší než druhá. [8,20]

1.8 Celkem 159 žáků bylo ubytováno ve třech chatách označených A, B, C. V chatě B bydlelo o 8 žáků méně než v chatě A a v chatě C o 14 žáků více než v chatě A. Kolik žáků bydlelo v jednotlivých chatách? [51,43,65]

1.9 Pokladník vyplatil částku 810 Kč třiceti bankovkami v hodnotě po 20 Kč a 50 Kč. Kolik bankovek bylo po 20 Kč a po 50 Kč? [23ks dvacek, 7ks padesátek]

1.10 Tři školy měly na účtech v bance celkem 3 250 000,- Kč. První škola měla o 18% více peněz než druhá a třetí o 47 000,- Kč méně než první. Kolik měla každá škola peněz? [1 157 875 Kč, 981 250 Kč a 1 110 875 Kč]

Typ B) Pohybové úlohy

7. ***Z Prahy v 8:00 vyjel směrem na Brno osobní vlak průměrnou rychlostí 60km/h. Za 30 minut odjel stejným směrem rychlík průměrnou rychlostí 90 km/h. V kolik hodin a v jaké vzdálenosti od Prahy rychlík dojede osobní vlak?***

Řešení pomocí x (pro nefyziky)

Zápis:

Doba jízdy osobního vlaku do setkání..................*x* hodin
Dráha, kterou ujede vlak do setkání..................60*x* km
Doba jízdy rychlíku do setkání.........................(x – 0,5) hodiny (pozor! převod minut na hodiny)
dráha, kterou ujel rychlík (v.t)...........................90.(x-0,5) km

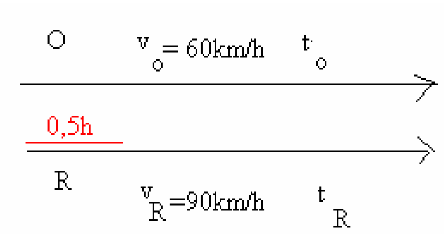
Rovnice
V okamžiku setkání mají stejnou dráhu
60x = 90(x-0,5)
60x = 90x – 45 /-90x
-30x = -45 /:(-30)
x = 1,5

Zkouška:
L = 60 . 1,5 = 90
P = 90 (1,5 – 0,5) = 90
L = P

Odpověď:
Doba jízdy osobního vlaku do setkání je 1,5 h a dráha 90 km.

Řešení „fyzikální“ (tohle preferuji, protože se neučíte jednu věc do dvou předmětů dvěmi způsoby).

Zápis



Osobní vlak: v_o = 60 km/h;t_o;s_o
Rychlík: v_R = 60 km/h;s_R; t_R = - t_o 0,5

dráhy se rovnají
pro časy platí, že rychlík má kratší čas o 0,5 h, tj. $t_R = t_o - 0{,}5$

$$s_o = s_R$$
$$v_o.t_o = v_R.t_R$$
$$60.t_o = 90(t_o - 0{,}5)$$
$$t_o = 1{,}5h$$

od třetího řádku je to řešení klasické rovnice

pro dráhu je jedno, co dosadíme, jestli čas osobního nebo rychlíku. Jenom pozor – osobák jede 1,5 hodiny a rychlík o půl hodiny míň, tj. hodinu.

$$s_o = v_o.t_o \qquad s_R = v_R.t_R$$
$$s_o = 60.1{,}5 \qquad \text{stejně dráha vyjde, když budem počítat dráhu rychlíku:} \qquad s_R = 90.1$$
$$s_o = 90km \qquad s_R = 90km$$

Odpověď
Setkají se za 1,5 hodiny po 90 km.

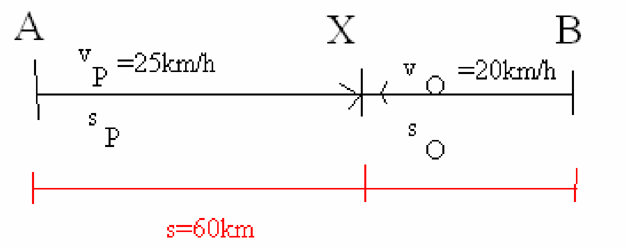
Zápis pomocí tabulky (taky lze, možná je to názornější, taky to pomáhá při kreslení grafů)

	osobní vlak	rychlík
čas [h]	t	t-0,5
rychlost [km/h]	60	90
dráha [km]	60.t	90.(t-0,5)

tato hodnota je stejná, takže se musí rovnat 60t = 90(t-0,5)

8. ***Ze dvou měst, která jsou vzdálena 60 km, vyjeli v 9 hodin ráno proti sobě dva kamarádi na kole. Pavel z města A průměrnou rychlostí 25 km/h a Ota z města B rychlostí 20km/h. V kolik hodin a kde se setkají?***

Je to typ, kdy jedou proti sobě, takže jedou stejnou dobu.



celková dráha je součtem drah s_P a s_O
je potřeba jednu dráhu vyjádřit pomocí té druhé
buď $s_P = 60 - s_O$ *nebo* $s_O = 60 - s_p$ je to totéž

$$t_P = t_O$$

$$\frac{s_p}{v_p} = \frac{s_O}{v_O}$$

$$\frac{s_p}{v_p} = \frac{60 - s_P}{v_O}$$

druhý řádek – dosazení do vztahu pro t,
třetí řádek vyjádření jedné dráhy druhou

$$\frac{s_p}{25} = \frac{60 - s_P}{20} \quad /100$$

$$4s_p = 5(60 - s_p)$$

$$4s_p = 300 - 5s_p \quad /+4s_p$$

$$9s_p = 300$$

$$s_p = \frac{300}{9}km = \frac{100}{3}km = 33\frac{1}{3}km = 33,\overline{3}km$$

ten výsledek vypadá blbě – protože s ním ještě budeme počítat, tak doporučuji v takovém případě nechat zlomek – kvůli přesnosti, ale v odpovědi použít zápis 33,3 (periodických).

chceme čas, je jedno, zda dosadíme za tp nebo to,musí to vyjít stejně.

$$t_P = \frac{s_p}{v_p}$$

$$t_P = \frac{\frac{100}{3}}{25} = \frac{100}{3}.\frac{1}{25}h = \frac{4}{3}h = 1\frac{1}{3}h = 1h20\min$$

Jiný způsob – vycházíme z toho, že součet drah musí dát 60 km.

	Pavel	Ota
čas [h]	t	t
rychlost [km/h]	25	20
dráha [km]	25t	20t

čas jízdy je stejný

součet drah je 60, takže rovnice je pak 25t+20t=60

$$25t + 20t = 60$$

$$45t = 60$$

$$t = \frac{60}{45}h = \frac{4}{3}h = 1\frac{1}{3}h = 1h20\min$$

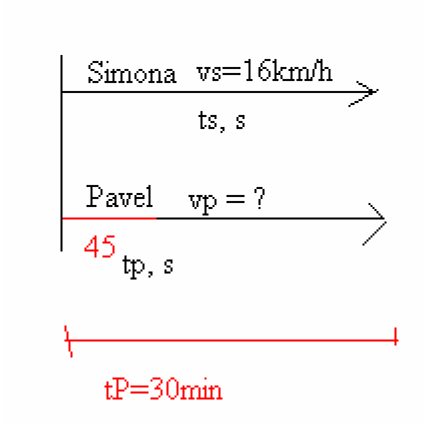
a dráhu dopočítáme $s = v.t = 25.\frac{4}{3} = \frac{100}{3} = 33,\overline{3}km$

<u>Odpověď:</u>

Setkají se v 10 hodin a 20 minut 33,3km od místa A. (nebo 60-33,3 tj. 26,7 km od místa B).

Je otázka, zda je nutné „blbnout“ se zlomky kvůli přesnosti, jestli ta nepřesnost není zanedbatelná a celé to počítat na kalkulačce s desetinami. Taky je dobré udělat odhad –jedou skoro stejně, takže se potkají zhruba v půlce, tj. kolem 30 km.

9. ***Simona vyjela na cyklistický výlet rychlostí 16km/h. Za 45 minut za ní vyjel Pavel a dojel ji za půl hodiny. Vypočítejte, jakou průměrnou rychlostí musel jet Pavel.***



stejná dráha

zpoždění Pavla $t_P = t_s - \frac{3}{4}$

a navíc víme, že jede 30 min $t_P = \frac{1}{2}h$

a tyto časy se musí rovnat
$$t_P = t_s - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$
$$t_s = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}h$$

takže známe čas Simony.

Ujedou stejnou dráhu

$$s_S = s_P$$
$$v_S . t_S = v_P . t_P$$
$$16.\frac{5}{4} = v_P . \frac{1}{2}$$
$$20 = v_P . \frac{1}{2} \quad /.2$$
$$v_P = 40 km/h$$

<u>Odpověď:</u> Pavel jede průměrnou rychlostí 40 km/h.

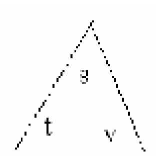
Jinak

	Simona	Pavel
čas [h]	t	0,5 = t-0,75 t = 1,25
rychlost [km/h]	16	v
dráha [km]	16.t = 16.1,25	0,5v

tato hodnota je stejná, takže se musí rovnat 20=0,5v odtud v=40km.

Poznámky k řešení těchto úloh

vzorec si zapamatujete buď tak, že rychlost je dráha za čas (uvědomte si rychlost auta – kilometry za hodinu), nebo se naučíte ten trojúhelník: sleduji televizi.



Převody jednotek

minuty	1	5	10	15	20	30	45	50
hodiny	$\frac{1}{60}$	$\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$	$\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$
	radši zlomek			0,25h	zlomek	0,5h	0,75h	

Je dobré si nakreslit kruh a pohrát si se zlomky. Nebo si pamatovat, že 1min je 1/60h, nebo můžete použít trojčlenku (přímou úměrnost). Nejlepší je si to kreslit. Tam, kde nevychází rozumné číslo, je lepší pracovat se zlomkem.

Zápis jednotek rychlosti
Setkáte se s několika možnostmi (zlomek, mocnina, lomítko), všechno je povoleno.

$\frac{km}{h} = km.h^{-1} = km/h$

Vztahy mezi km/h a m/s (uvědomte si, že ve fyzice jsou základní jednotkou metr a sekunda. Ale u rychlostí vozidel se zpravidla toleruje km/h

$\frac{km}{h} = \frac{1000m}{3600s} \rightarrow :3,6 \qquad 72\frac{km}{h} = 72:3,6 = 20\frac{m}{s}$

$\frac{m}{s} = \frac{0,001km}{0,036h} \rightarrow .3,6 \qquad 20m/s = 20.3,6 = 72km/h$

Někdy se žáci učí si zapamatovat násobení, resp. dělení 3,6.
Někdy se doporučuje zapamatovat si, že 72km/h je 20m/s a použít trojčlenku.
Je mi jedno, jaký způsob budete používat (osobně si to nikdy nepamatuju, takže převádím přes km a h)

Další příklady

2.1 Za chodcem jdoucím průměrnou rychlostí 5 km/h vyjel z téhož místa o 3 hodiny později cyklista průměrnou rychlostí 20km/h. Za jak dlouho dohoní cyklista chodce? [za1h]

2.2 V 7 hodin vyšel chodec průměrnou rychlostí 5km/h. V 10 hodin vyjel za ním cyklista rychlostí 14km/h. Kdy ho dohoní? [za 1h 40min]

2.3 Z vesnice vyjel traktor rychlostí 20km/h. Za 10 minut jel za ním motocyklista rychlostí 60km/h. Za jakou dobu a v jaké vzdálenosti od vesnice dohoní motocyklista traktoristu? [za 5min 5km od vesnice]

2.4 Z Prahy do Olomouce je přibližně 250 km. V 6 hodin vyjel z Prahy do Olomouce rychlík průměrnou rychlostí 85 km/h. Ve stejném okamžiku vyjel z Olomouce do Prahy osobní vlak průměrnou rychlostí 40 km/h. V kolik hodin a v jaké vzdálenosti od Prahy se setkají? [v 8h 170 km od Prahy]

2.5. Z míst A a B, vzdálených od sebe 210 km, vyjely současně proti sobě dva kamiony rychlostmi 40 km/h a 30km/h. Kdy a kde se potkají? [za 3 hodiny 120 km od A]

Typ C) O společné práci

Orání, dlažby

10. První traktorista zorá lán pole za 15 hodin. Druhý traktorista má silnější stroj, a proto zorá stejně velký lán pole za 10 hodin. Kolik hodin jim bude trvat práce, budou-li orat společně?

	sám celek	za hodinu	za x hodin
1. traktorista	15 hodin	$\frac{1}{15}celku$	$\frac{x}{15}celku$
2. traktorista	10 hodin	$\frac{1}{10}celku$	$\frac{x}{10}celku$

	zkouška
	$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$
	$\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$
společně	$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5}{5} = 1$

$$\frac{x}{15} + \frac{x}{10} = 1 \quad /.30$$
$$2x + 3x = 30$$
$$5x = 30 \quad /:5$$
$$x = 6$$

Oba traktoristé společně zorají lán za 6 hodin.

11. První podnik splní úkol za 7 dní, druhý za 8 dní. Za kolik dní bude úkol hotov, jestliže první dva dny pracuje první podnik sám a ve zbývajících dnech pracují oba podniky společně?

	sám celek	za den	za x dní
1. podnik	7 dní	$\frac{1}{7} celku$	$\frac{x}{7} celku$
2. podnik	8 dní	$\frac{1}{8} celku$	$\frac{x-2}{8} celku$

$$\frac{x}{7}+\frac{x-2}{8}=1 \quad /.56$$
$$8x+7(x-2)=56$$
$$8x+7x-14=56 \quad /+14$$
$$15x=70 \quad /:15$$
$$x=\frac{70}{15}=\frac{14}{3}=4\frac{2}{3} dne$$

Úkol bude hotov za 4a 2/3 dne. (Protože nevíme, jestli berou jako den 8 pracovních hodin, nebo 24 hodin, tak to necháme tak a ty 2/3 nepřevádíme na hodiny.

to, že druhý podnik dělá kratší dobu (o 2 dny, to je x-2)

Nádrže

12. Nádrž se naplní jedním přítokem za 30 minut, druhým za 24 minut. Za kolik minut se naplní, jsou-li otevřeny oba přítoky současně.

	sám celek	za min	za x dní
1. přítok	30 minut	$\frac{1}{30} celku$	$\frac{x}{30} celku$
2. přítok	24 minut	$\frac{1}{24} celku$	$\frac{x}{24} celku$

$$\frac{x}{30}+\frac{x}{24}=1 \quad /.120$$
$$4x+5x=120$$
$$9x=120 \quad /:9$$
$$x=\frac{120}{9}=\frac{40}{3}=13\frac{1}{3}\min=13\min 20s \quad protože \quad \frac{1}{3}\min=\frac{1}{3}.60s=20s; 1\min=60s$$

Nádrž se naplní současně oběma přítoky za 13min a 20 s.

13. Vodní nádrž je možno vypustit jednou rourou za $1\frac{1}{2}$ hodiny a druhou rourou za $1\frac{1}{8}$ hodiny. Za jakou dobu se vyprázdní, otevřeme –li obě roury současně?

	sám celek	za hodinu	za x hodin
1. odtok	$1\frac{1}{2}=\frac{3}{2}h$	$\frac{1}{\frac{3}{2}} celku=\frac{2}{3}$	$\frac{2x}{3} celku$
2. odtok	$1\frac{1}{8}=\frac{9}{8}h$	$\frac{1}{\frac{9}{8}} celku=\frac{8}{9}$	$\frac{8x}{9} celku$

$$\frac{2x}{3}+\frac{8x}{9}=1 \quad /.9$$
$$6x+8x=9$$
$$14x=9 \quad /:14$$
$$x=\frac{9}{14}h$$

Vyprázdní se za 9/14 hodiny. Tady je tak blbý jmenovatel, že je zbytečné převádět.

14. Rybník se vyprázdní za dvacet dní, jsou-li otevřena dvě stavidla. Větším stavidlem by se vyprázdnil za 30 dní. Za kolik dní by se vyprázdnil jen menším stavidlem?

	sám celek	za den	za 20 dní
1. stavidlo	30 dní	$\frac{1}{30}\,celku$	$\frac{20}{30}\,celku$
2. stavidlo	x dní	$\frac{1}{x}\,celku$	$\frac{20}{x}\,celku$

$$\frac{20}{30}+\frac{20}{x}=1$$
$$\frac{2}{3}+\frac{20}{x}=1 \quad /.3x$$
$$2x+60=3x \quad /-2x$$
$$x=60$$

Druhým stavidlem by se rybník vypustil za 60 dní.

Pozn.
Jak poznáte, v jakých jednotkách výsledek a kdy to nechat tak?: Když lze upravit výsledek na rozumný tvar (např $2\frac{1}{4}h$ =2h 15min; $\frac{3}{5}h=\frac{3}{5}.60\,\text{min}=36\,\text{min}$), tak převádíme. Když vyjde „divný“ jmenovatel (čtrnáctiny, jedenáctiny, nebo nevíme, kolik hodin má směna), necháme výsledek tak jak je.

Tento typ příkladů je pořád dokolečka. Sám – za 1 čas. jednotku – za x čas. jednotek.
Problémem je najít společný jmenovatel. Když je nejhůř a není vidět na první pohled – vynásobíme jmenovatele mezi sebou.
Pozor na častou chybu – nevynásobení té „1“ na pravé straně!
Další příklady
3.1 Přítokem A se naplní bazén za 10 hodin, přítokem B za 12hodin, přítokem C za 15 hodin. Za kolik hodin se bazén naplní, budou-li otevřeny všechny tři přítoky současně? [4]
3.2 Dětský bazén se naplní jedním přítokem za 5 hodin, druhým přítokem za 7 hodin. Za kolik hodin se naplní oběma přítoky současně? [$2\frac{11}{12}$]
3.3 Jeden dělník vykoná určitou práci za 10 hodin, druhý za 15 hodin. Za jak dlouho vykonají tuto práci, když pracují oba současně? [6 h]
3.4 První traktorista poseče pole sám za 6 hodin, druhý za dobu o tři hodiny delší. Za jak dlouho posečou celé pole společně? [3,6]
3.5 Jeden zdeník potřebuje na provedení omítky 16 h, druhý by tutéž práci provedl za 12 hodin. Za jak dlouho provedou omítku oba dělníci, jestliže druhý začal pracovat o 4 hodiny později než první? [$9\frac{1}{7}$]

Typ D) Směsi

Levné x drahé

14. Máme připravit 50 kg bonbónové směsi v ceně 120 Kč za jeden kilogram, k dispozici máme dva druhy bonbónů, první v ceně 90 Kč za jeden kilogram, druhý v ceně 140 Kč za jeden kilogram. Kolik kilogramů každého druhu je třeba smíchat?

	1. druh	2. druh	směs
cena na 1 kg	90	140	120
hmotnost	x	50 - x	50
celková cena	90.x	140(50-x)	120.50=6000

$$90x + 140(50 - x) = 6000$$
$$90x + 7000 - 140x = 6000$$
$$-50x + 7000 = 6000 \quad /-7000$$
$$-50x = -1000 \quad /:(-50)$$
$$x = 20$$

zk:
1. druh..........20kg po 90 Kč.................celkem za 1800Kč
2. druh.........(50-20)=30kg po 140........celkem za 4200 Kč

dohromady.....20 + 30 = 50 kg................celkem za 6000Kč tj. 60000:50=120 Kč/kg.

Přes 1 kg.

	1. druh	2. druh	směs
cena na 1 kg	90	140	120
hmotnost	x	1 - x	1
celková cena	90.x	140(1-x)	120

$$90x + 140(1 - x) = 120$$
$$90x + 140 - 140x = 120$$
$$-50x + 140 = 120 \quad /-140$$
$$-50x = -20 \quad /:(-50)$$
$$x = \frac{20}{50} = 0{,}4$$

to znamená, že v 1 kg směsi je 0,4 kg té levnější
dražší je pak 0,6 kg (tolik nám chybí do 1 kg).
V 50 kg musí být 50x víc. Takže 0,4.50=20 kg a 0,6.50=30kg.

Odpověď:
Je třeba smíchat 20 kg bonbónů 1. druhu a 30kg 2. druhu.

Ukázka řešení pomocí dvou rovnic o dvou neznámých

1. druh: hmotnost ....x kg, cena 90x Kč
2. druh: hmotnost.....y kg, cena 140y Kč

celkem hmotnost ....50 kg cena 120.50=6000

$$x + y = 50 \qquad /.(-90)$$
$$\underline{90x + 140y = 6000}$$

jde o to, že tu dvojici rovnic sečteme pod sebou, jako když jste v 6. roč. sčítali pod sebou čísla

$$-90x - 90y = -4500$$
$$\underline{90x + 140y = 6000}$$
$$50y = 1500 \rightarrow y = 30kg, x = 20kg$$

Různé teploty tekutin tohle po vás nechci

15. Nádobu s objemem 36 litrů máme naplnit vodou 30°C teplou. Máme k dispozici vodu teplou 100°C a vodu z vodovodu o teplotě 10°C. Kolik litrů teplé a kolik litrů studené vody musíme smíchat?

	vařící	studená	výsledná
objem	x	(36-x)	36
rozdíl teplot	70	20	0
teplo	70x	20(36-x)	

Teplo přijaté tou studenou tekutinou musí být stejné, jako teplo odevzdané vařící vodou.

$70x = 20(36 - x)$

$70x = 720 - 20x \quad /+20x$

$90x = 720 \quad /:90$

$x = 8l$

Musíme smíchat 8 *l* vařící vody a 28 *l* studené, abychom získali vodu o požadované teplotě.

Fyzikálně:

Množství tepla obsažené v látce lze určit ze vztahu $Q = mc\Delta T$, kde *m* je hmotnost, *c* je měrná tepelná kapacita, ΔT je rozdíl počáteční teploty T_1 a koncové teploty T_2 (tzn. $\Delta T = T_2 - T_1$). c = 4,2kJ/kg.°C

Takže trochu složitěji totéž:

objem vařící vody....x l........změna teploty ΔT_1=(100-30)°C=70 °C
objem chladné....(36-x) l........... .změna teploty ΔT=(30-10) °C =20 °C
dosadíme do vztahu pro teplo: (platí,že 1kg vody = 1l)

$m_1 c \Delta T_1 = m_2 c \Delta T_2$
x.4,2.70=(36-x).4,2.20 /:4,2 (to abychom se zbavili c, které je na obou stranách rovnice
70x=(36-x).20 a jsme tam, kde jsme byli – u té samé rovnice jak na začátku. Počítáme stejně.

Různá koncentrace látek taky nechci

16. Smícháme 10 litrů 45% lihu s 25 litry 66 procentního lihu. Kolik procent lihu bude obsahovat vzniklá směs?

Tady je to přes procenta. Ve 100 litrech 45% lihu je 45 litrů čistého lihu a 55 litrů vody.

	45% líh	**66% líh**	**směs x%**
množství (objem) v litrech	10	25	10+25=35
v 1 litru	$\frac{45}{100}$	$\frac{66}{100}$	$\frac{x}{100}$
v celém objemu	$10\frac{45}{100}$	$25\frac{66}{100}$	$35\frac{x}{100}$

počet litrů krát procento v litru

$$10\frac{45}{100} + 25\frac{66}{100} = 35\frac{x}{100}$$

$$\frac{9}{2} + \frac{33}{2} = 7\frac{x}{20} \quad /.20$$

$$90 + 330 = 7x$$

$$420 = 7x \quad /:7$$

$$x = 60$$

v druhém řádku jsem zkrátila zlomky na základní tvar
Odpověď: Vznikne 35 litrů 60% lihu.

Předpokládám, že vám p. zástupce ukázal nějaký elegantnější způsob. Chemikáři na to mají nějaký fish, křížové pravidlo nebo co. Oni jsou totiž praktici, kteří ovládají trojčlenku a tím řeší všechno.

Další příklady (chci jen ten typ – levnější x dražší a schválně jsem vynechala kávu a čaj)

4.1 Pro tábor bylo zakoupeno 60 konzerv hovězích a vepřových o celkové hmotnosti 25,1 kg masa. Vepřová konzerva obsahovala 415 kg masa, hovězí 425 kg mas. Určete, kolik konzerv bylo hovězích a kolik vepřových.[20 hovězích, 40 vepřových]

4.2 V zásilce bylo účtováno 65 knižních publikací dvojího druhu v celkové ceně 9 661 Kč. Publikace prvního druhu byla za 129,- Kč, publikace druhého druhu za 158,- Kolik bylo publikací každého druhu? [prvního druhu 21 ks, druhého 44 ks]

4.3 Ze dvou druhů zboží v ceně 170,- Kč a 210,- Kč za 1 kg se má připravit 25 kg směsi v ceně 186,- za 1 kg. Kolik kg každého zboží je třeba smíchat? [15 kg levnějšího, 10 kg dražšího]